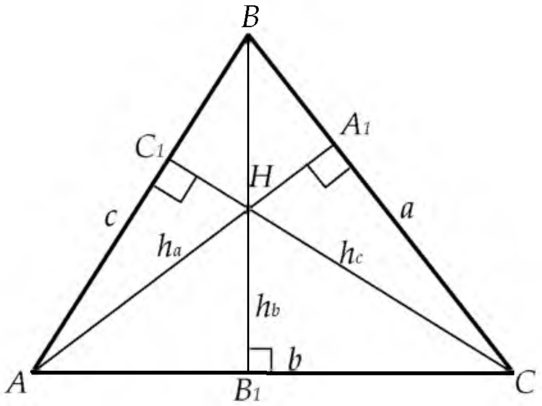
Треугольник



AA_1; BB_1; CC_1 *– высоты* ΔABC

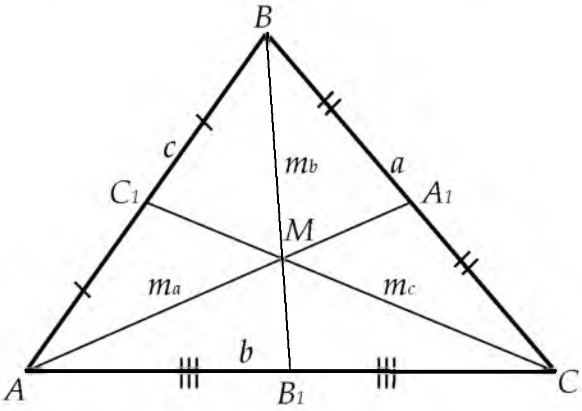
$AA_1 = h_a$; $BB_1 = h_b$; $CC_1 = h_c$

H – ортоцентр $\Delta\ ABC$

$$\frac{1}{h_a}+\frac{1}{h_b}+\frac{1}{h_c}=\frac{1}{r}; \qquad h_a : h_b : h_c = \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$$

r – радиус вписанной окружности

$$h_a = \frac{2\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}{a}$$



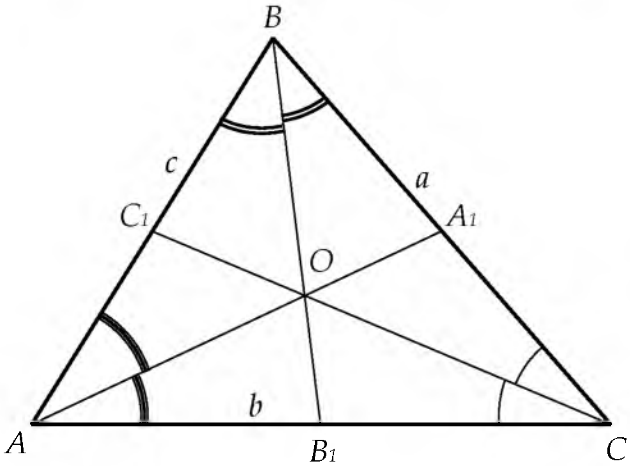
AA_1; BB_1; CC_1 *– медианы* ΔABC

$AM : MA_1 = BM : MB_1 = CM : MC_1 = 2 : 1$

M – центр тяжести ΔABC

$AA_1 = m_a$; $BB_1 = m_b$; $CC_1 = m_c$

$$AA_1 = m_a = \frac{\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}}{2}$$



AA_1; BB_1; CC_1 *– биссектрисы* ΔABC

Биссектриса треугольника делит противолежащую сторону на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам треугольника.

$$\frac{CA_1}{A_1B}=\frac{AC}{AB} \quad \Rightarrow \quad CA_1 = \frac{ab}{b+c}$$

$$A_1B = \frac{ac}{b+c}; \qquad \frac{AO}{OA_1}=\frac{b+c}{a}$$

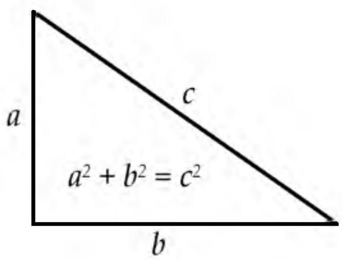
O – центр вписанной окружности

$AA_1^2 = AB \cdot AC - A_1B \cdot A_1C$

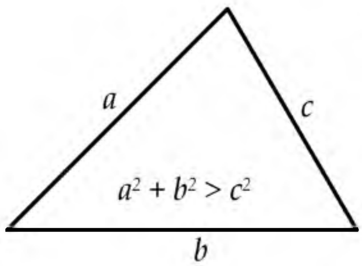
$$AA_1 = \frac{2\sqrt{bc((b+c)^2-a^2)}}{b+c}$$

Сумма углов треугольника равна 180°

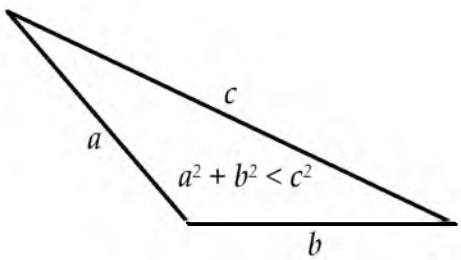
Прямоугольный



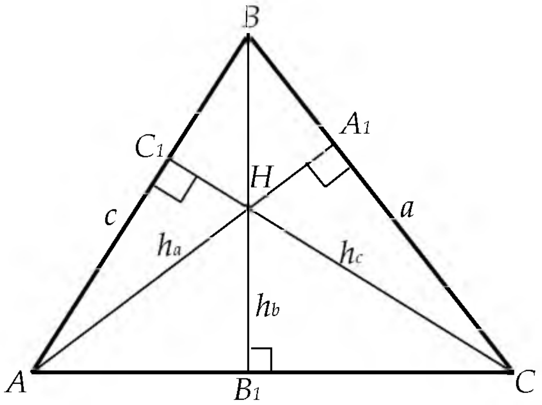
Остроугольный



Тупоугольный



Треугольник



$$S_\Delta = \frac{1}{2}ab\sin C = \frac{1}{2}ac\sin B = \frac{1}{2}bc\sin A$$

$S_\Delta = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ - *формула Герона*

$$S_\Delta = 2R^2 \sin A \sin B \sin C$$

$S_\Delta = \dfrac{abc}{4R}$; $\qquad S_\Delta = rp$

r – радиус вписанной окружности, центр которой – точка пересечения биссектрис;
R – радиус описанной окружности, центр которой точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника

$$R = \frac{a}{2\sin A} = \frac{b}{2\sin B} = \frac{c}{2\sin C}$$

$p = \dfrac{1}{2}(a+b+c)$ – *полупериметр*

$$S_\Delta = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b = \frac{1}{2}ch_c$$

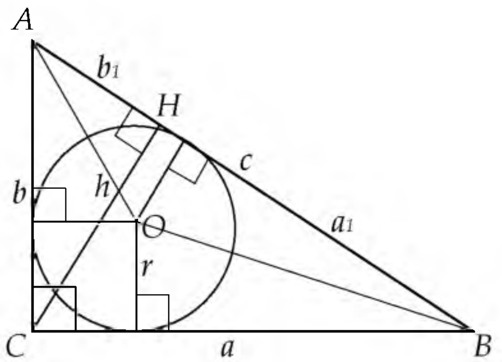
Теорема косинусов

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$

Теорема синусов

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

Прямоугольный треугольник



$\sin A = \dfrac{a}{c}$; $\quad \cos A = \dfrac{b}{c}$; $\quad tg\ A = \dfrac{a}{b}$

$\sin B = \dfrac{b}{c}$; $\quad \cos B = \dfrac{a}{c}$; $\quad tg\ B = \dfrac{b}{a}$

$S_\Delta = \dfrac{1}{2}ab = \dfrac{1}{2}ch_c$; $\quad R = \dfrac{c}{2}$ – *радиус описанной окружности с центром в середине гипотенузы*

$r = \dfrac{a+b-c}{2}$ – *радиус вписанной окружности*

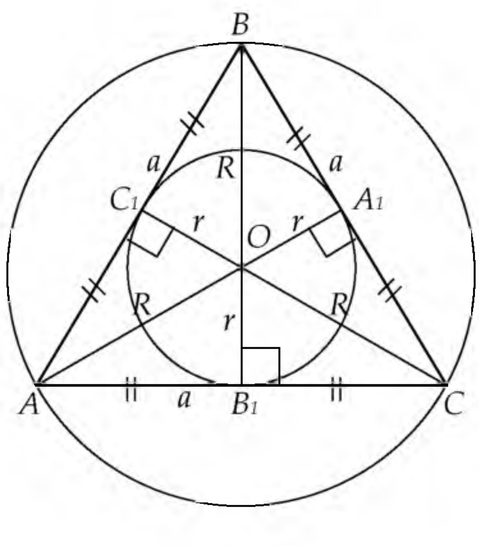
Теорема Пифагора: $\boldsymbol{c^2 = a^2 + b^2}$

$2(R + r) = a + b$ *или* $2R = a + b - 2r$

$AH = b_1$; $BH = a_1$ – *проекции катетов на гипотенузу*

$a^2 = a_1 \cdot c$; $\quad b^2 = b_1 \cdot c$; $\quad h^2 = a_1 \cdot b_1$; $\quad h = \dfrac{ab}{c}$; $\quad h = \dfrac{a_1 b}{a}$; $\quad h = \dfrac{ab_1}{b}$

Равносторонний треугольник



$AB = BC = AC = a$

$\angle A = \angle B = \angle C = 60°$

AA_1, BB_1, CC_1 – *медианы, высоты, биссектрисы*

Центры вписанной и описанной окружностей совпадают в точке пересечения медиан O.

$h = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$; $\qquad S_\Delta = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$;

$R = 2r = \dfrac{a}{\sqrt{3}} = \dfrac{2}{3}h$; $\qquad r = \dfrac{a}{2\sqrt{3}}$