## Корень $n$-ой степени и его свойства

***Корнем n-й степени из неотрицательного числа a*** ($n = 2, 3, 4, 5, ...$) называют такое неотрицательное число, при возведении которого в степень ***n*** получается число ***a***.

$$\sqrt[n]{a} = b, \quad b^n = a, \quad где \ a \geq 0, \ b \geq 0, \ n \in N, \ n > 1$$

Число ***a*** называют *подкоренным числом*, а число ***n*** – *показателем корня*

Свойства корня $n$-ой степени (для $n \in N, \ k \in N, \ n > 1, \ k > 1$)

1° $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}, \quad где \ a \geq 0, \ b \geq 0$

2° $\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, \quad где \ a \geq 0, \ b > 0$

3° $\left(\sqrt[n]{a}\right)^k = \sqrt[n]{a^k}, \quad где \ a \geq 0$

4° $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}, \quad где \ a \geq 0$

5° $\sqrt[np]{a^{kp}} = \sqrt[n]{a^k}, \quad где \ a \geq 0$

6° $\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} |a|, & n - четно \\ a, & n - нечетно \end{cases}$

7° $\sqrt[n]{-a} = -\sqrt[n]{a}, \ n - нечетно$

8° $a^{\frac{k}{n}} = \sqrt[n]{a^k}, \quad где \ a \geq 0$

Вычисление производной

$$\left(\sqrt[n]{x}\right)' = \left(x^{\frac{1}{n}}\right)' = \frac{1}{n}x^{\frac{1}{n}-1} = \frac{1}{n}x^{\frac{1-n}{n}} = \frac{1}{n}\sqrt[n]{x^{1-n}} = \frac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}$$

Формула сложного радикала

$$\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}} + \sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}} = \sqrt{a+\sqrt{b}}$$

## Степени

Степень с натуральным показателем

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot ... \cdot a}_{n}, \quad n \in N, \ a \in R$$

Степень с рациональным показателем

$$a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}, \quad где \ a \geq 0, \ q \in N, \ p \in Z$$

Свойства степени с рациональным показателем (для $n \in R, k \in R$)

1° $a^0 = 1, \quad где \ a \neq 0$

2° $a^1 = a$

3° $a^{-1} = \dfrac{1}{a}, \quad где \ a \neq 0$

4° $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}, \quad где \ a \neq 0$

5° $a^n \cdot a^k = a^{n+k}$

6° $\dfrac{a^n}{a^k} = a^{n-k}, \quad где \ a \neq 0$

7° $\left(a^n\right)^k = a^{nk}$

8° $a^n \cdot b^n = (ab)^n$

9° $\dfrac{a^n}{b^n} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^n, \quad где \ b \neq 0$

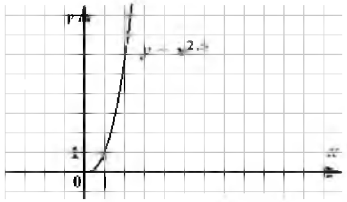
10° $\left(\dfrac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\dfrac{b}{a}\right)^n, \quad где \ a \neq 0, \ b \neq 0$

Вычисление производной

$$\left(x^r\right)' = rx^{r-1}, \quad x > 0, \ r \in R$$

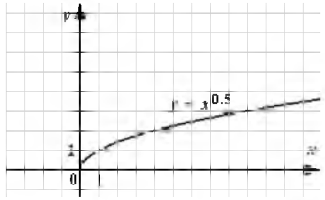
## Степенные функции $y = x^r$, $r \in Q$ (*$r$ – любое рациональное число*)

### I. Свойства функции $y = x^r$, $r \in R$, $r > 1$



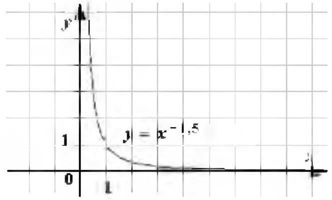
1. *$D(y) = [0; +\infty)$.*
2. *$E(y) = [0; +\infty)$.*
3. *Функция ни четная, ни нечетная.*
4. *а) Нули функции: (0; 0).*
   *б) Точка пересечения с Оу: (0; 0).*
5. *$[0; +\infty)$ – промежуток возрастания функции;*
6. *Ограничена снизу, не ограничена сверху.*
7. *а) $y_{наим.} = 0$;*
   *б) $y_{наиб.}$ – не существует.*
8. *Непрерывна на множестве $[0; +\infty)$.*
9. *Выпукла вниз.*

### II. Свойства функции $y = x^r$, $r \in R$, $0 < r < 1$



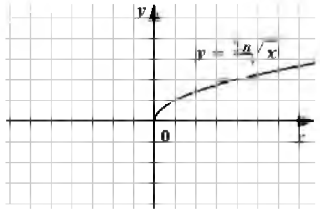
1. *$D(y) = [0; +\infty)$.*
2. *$E(y) = [0; +\infty)$.*
3. *Функция ни четная, ни нечетная.*
4. *а) Нули функции: (0; 0).*
   *б) Точка пересечения с Оу: (0; 0).*
5. *$[0; +\infty)$ – промежуток возрастания функции;*
6. *Ограничена снизу, не ограничена сверху.*
7. *а) $y_{наим.} = 0$;*
   *б) $y_{наиб.}$ – не существует.*
8. *Непрерывна на множестве $[0; +\infty)$.*
9. *Выпукла вверх.*

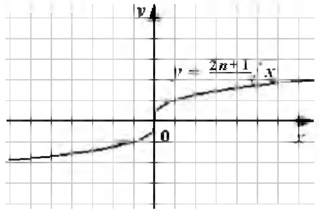
### III. Свойства функции $y = x^r$, $r \in R$, $r < 0$



1. *$D(y) = (0; +\infty)$.*
2. *$E(y) = (0; +\infty)$.*
3. *Функция ни четная, ни нечетная.*
4. *а) Нули функции: нет.*
   *б) Точка пересечения с Оу: нет.*
5. *$(0; +\infty)$ – промежуток убывания функции.*
6. *Ограничена снизу, не ограничена сверху.*
7. *а) $y_{наим.}$ – не существует; б) $y_{наиб.}$ – не существует.*
8. *Непрерывна на множестве $[0; +\infty)$.*
9. *Выпукла вниз.*

### IV. Графики степенных функций вида $y = \sqrt[n]{x}$, $n \in N$





### V. Графики степенных функций с целым показателем $(n \in N)$