

Первообразная, $F(x)$	Функция, $f(x)$	Производная, $f'(x)$
$Ax + C, A \in R$	$A \text{ (const)}, A \in R$	0
$\frac{kx^2}{2} + bx + C$	$kx + b, k \in R, b \in R$	$k, k \in R$
$\frac{x^3}{3} + C$	x^2	$2x$
$\frac{x^4}{4} + C$	x^3	$3x^2$
$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$	$x^n, n \in N$	$nx^{n-1}, n \in N$
$\ln x + C$	$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$\frac{1}{(-n+1)x^{n-1}} + C, n \in N$	$\frac{1}{x^n}, n \in N$	$-\frac{n}{x^{n+1}}, n \in N$
$\frac{n^n \sqrt[n]{x^{n+1}}}{n+1} + C, n \in N$	$\sqrt[n]{x}, n \in N$	$\frac{1}{n^n \sqrt[n]{x^{n-1}}}, n \in N$
$\frac{2}{3}x\sqrt{x} + C$	$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$2\sqrt{x} + C$	$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$-\frac{1}{2x\sqrt{x}}$
$\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \alpha \in R, \alpha \neq -1$	$x^\alpha, \alpha \in R$	$\alpha x^{\alpha-1}, \alpha \in R$
$-\cos x + C$	$\sin x$	$\cos x$
$\sin x + C$	$\cos x$	$-\sin x$
$-\ln(\cos x) + C$	$\operatorname{tg} x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\ln(\sin x) + C$	$\operatorname{ctg} x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$
$\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\sin 2x + C$	$\cos^2 x$	$-\sin 2x$
$\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin 2x + C$	$\sin^2 x$	$\sin 2x$
$e^x + C$	e^x	e^x
$\frac{a^x}{\ln a} + C$	a^x	$a^x \ln a$
$x \ln x - x + C$	$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\frac{1}{\ln a}(x \ln x - x) + C$	$\log_a x$	$\frac{1}{x \ln a}$
$x \arcsin x + \sqrt{1-x^2} + C$	$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$x \arccos x - \sqrt{1-x^2} + C$	$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$x \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + C$	$\operatorname{arctg} x$	$\frac{1}{1+x^2}$
$x \operatorname{arcctg} x + \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + C$	$\operatorname{arcctg} x$	$-\frac{1}{1+x^2}$

Правила дифференцирования

$$1. \quad (u + v)' = u' + v';$$

$$2. \quad (Cu)' = C \cdot u';$$

$$3. \quad (u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v';$$

$$4. \quad \left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2};$$

$$5. \quad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}.$$

Производная сложной функции

$$(h(f(x)))' = h'(f(x)) \cdot f'(x)$$

Геометрический смысл производной состоит в том, что значение производной функции в точке x_0 равно угловому коэффициенту касательной (тангенсу угла α), проведенной к графику функции в точке с абсциссой x_0 .

$$k = f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha$$

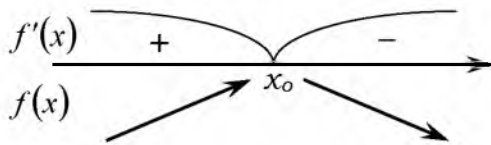
Уравнение касательной к графику функции $f(x)$ в точке с абсциссой x_0 :

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

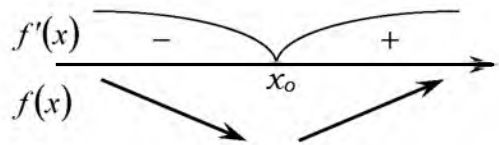
Физический смысл производной состоит в том, что производная от координаты по времени есть мгновенная скорость:

$$v(t) = s'(t)$$

Если в точке x_0 производная функции $f(x)$ меняет знак с «+» на «-», то x_0 – точка максимума функции $f(x)$.



Если в точке x_0 производная функции $f(x)$ меняет знак с «-» на «+», то x_0 – точка минимума функции $f(x)$.



Первообразная. Интеграл

Функцию $F(x)$ называют первообразной для функции $f(x)$ на интервале $(a; b)$, если на нем производная функции $F(x)$ равна $f(x)$: $F'(x) = f(x)$.

Операцию, обратную дифференцированию называют интегрированием.

Три правила нахождения первообразных:

1° Если $F(x)$ есть первообразная для $f(x)$, а $G(x)$ – первообразная для $g(x)$, то $F(x) + G(x)$ есть первообразная для $f(x) + g(x)$.

2° Если $F(x)$ есть первообразная для $f(x)$, а k – постоянная, то функция $kF(x)$ есть первообразная для $kf(x)$.

3° Если $F(x)$ есть первообразная для $f(x)$, а k и b – постоянные, причем $k \neq 0$, то функция $\frac{1}{k}F(kx + b)$ есть первообразная для $f(kx + b)$.

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a) - \text{формула Ньютона-Лейбница.}$$

Геометрический смысл определенного интеграла заключается в том, что определенный интеграл равен площади криволинейной трапеции, образованной линиями: сверху ограниченной кривой $y = f(x)$, и прямыми $y = 0$; $x = a$; $x = b$.

